

**Проект на тема**  
**„ДИСКРЕТНИ, АЛГЕБРИЧНИ И КОМБИНАТОРНИ СТРУКТУРИ“**  
с ръководител доц. д-р Силвия Първанова Бумова (договор № 80-10-52 / 2022)

**Резюме**

Проектът е продължение на предходещи изследвания на научния колектив по темата. Участниците в договор № 80-10-64/2021 г. с ФНИ на СУ „Св. Кл. Охридски“ са настоящи членове на катедра „Алгебра“ на ФМИ, докторанти към катедрата, както и студенти от магистърските програми на ФМИ. С оглед интересите на преподавателите от катедрата се извършат научни изследвания в областите на алгебричната геометрия, некомутативна теория на инвариантите, теорията на групите, теорията на числата, теорията на кодирането и ортогонални масиви.

**Основните цели на проекта са, съответно по области:**

- **АЛГЕБРИЧНА ГЕОМЕТРИЯ**  
Да се изучат на дивизорите на рационалните функции, отговарящи на ко-абелеви  $\Gamma$ -модулярни форми с тегло 1 се предвижда изследване на взаимното положение на тороидалния компактифициращ дивизор  $D$  и гладките рационални  $(-1)$ -криви върху тороидалната компактификация  $X$ .
- **АНАЛИТИЧНА ТЕОРИЯ НА ЧИСЛАТА**  
Да се разгледат задачи от типа на Варинг-Голдбах със смесени степени на участващите числа и ще изследваме тяхната разрешимост в прости, почти прости и естествени числа, а в редица случаи на неизвестните ще бъдат наложени допълнителни ограничения.
- **НЕКОМУТАТИВНА ТЕОРИЯ НА ИНВАРИАНТИТЕ**  
Да се търсят пораждащите на алгебрата от инварианти  $K\langle X_d \rangle^G$  при допълнително действие на симетричната група от степен  $n$ , описано от Корюкин и ненулева характеристиката на полето по-малка от броя на променливите.
- **ОРТОГОНАЛНИ МАСИВИ**  
Използвайки полиномиални и комбинаторни техники да се изчисляват възможности за спектри на ортогонални масиви (Ортогонален масив (ОА) със сила  $t$  е  $A$ ) с относително малки дължини и сила.
- **ТЕОРИЯ НА ГРУПИТЕ**  
Да се изследват на групите на Chevalley  $G_2(2^n)$  за  $(2,3,7)$  - породеност.
- **ТЕОРИЯ НА КОДИРАНЕТО**  
Да се проучат евентуални зависимости между глобалните геометрични свойства на алгебричните многообразия и „общите свойства“ на техните допирателни кодове. От друга страна, очакваме някои екстремални свойства на допирателните кодове да водят до явни ограничения върху уравненията на реализиращите ги многообразия. Да се търсят квазисъвършени кодове над крайно поле  $GF(q)$  за  $q \geq 5$ .

Предвид краткия срок на договора (10.05.2022 – 02.12.2022), не е възможно всички получени резултати да бъдат публикувани в този период. От 7 статии има 3 публикувани или приети за печат в списания с импакт фактор или SJR и 2 статии, публикувани в реферирани списания. Очакваме в следващите месеца да бъдат приети и 2-те подадените статии. Има статии в подготовка.

## Обобщение на постигнатите научни резултати от проекта:

- Нека  $R$  е изрядна решетка на комплексното двумерно кълбо  $B$ . По определение,  $R$ -модулярните форми с тегло  $n$  образуват  $n$ -тата тензорна степен на крайномерното пространство на холоморфните  $(2,0)$ -форми върху компактификацията на Baily-Borel  $Z$  на  $B/R$ . Известно е, че за достатъчно голямо естествено число  $n$ ,  $R$ -модулярните форми с тегло  $n$  задават регулярно проективно влагане на  $Z$ . В споменатата статия са пресметнати размерностите на  $R$ -модулярните форми с тегло  $n > 1$  за изрядни решетки, чийто фактор  $B/R$  е бирационален на би-елиптична повърхнина. Намерени са размерностите и на параболичните  $R$ -модулярни форми, които по определение се анулират във всички параболични точки на  $B/R$ . Получени са достатъчни условия, при които пространство от  $R$ -модулярни форми с фиксирано тегло задава регулярно проективно влагане на  $Z$ . Като приложение на общите резултати е конструирана безкрайна редица от проективни влагания на известен пример на Di Cerbo и Stover за изряден фактор на кълбото  $B/R$  с би-елиптичен минимален модел. (**A. Kasparian**, Projective embeddings of ball quotients, birational to bi-elliptic surface, *Proceedings of BAS*);
- Разглежда се въпроса за крайната породеност на алгебрата на симетрични полиноми на некомутиращи променливи, при допълнително действие на Koriukin. От статия на V. Kharchenko (1982) следва, че алгебрата на симетричните полиноми на произволен брой променливи не е крайно породена. Обаче, оборудвана с допълнително действие, дефинирано в статия от 1984 г. на A.N. Koriukin, тази алгебра е крайно породена. Намерени са пораждащите в случай на симетрични полиноми с  $d$  некомутиращи променливи. (**S. Boumova**, V. Drensky, D. Dzhundrekov, M. Kassabov, Symmetric polynomials in free associative algebras, *Turkish Journal of Mathematics*, 2022);
- Предлагаме два метода за получаване на оценки за минималното разстояние и радиуса на покритие на ортогонални масиви. И двата метода се основават на знания за (осъществимите) множества от разпределения на разстояния на ортогонални масиви с дадена дължина, мощност, фактор и сила. Новите граници са предварително зададени или в аналитична форма, или като продукти на текущ проект за изчисляване и изследване на възможните разпределения на разстояния на ортогонални масиви с параметри в изпълними граници. (**Boumova S.**, Boyvalenkov P., Stoyanova M., Bounds for the minimum distance and covering radius of orthogonal arrays via their distance distributions, *Proceedings of The 10th International Workshop on Signal Design and its Applications in Communications, (IWSDA'2022), August 1-5, 2022*);
- Характеризирани са напълно  $(q^2+3q+3, q+3)$ -блокиращите множества в проективната геометрия  $PG(r,q)$ . За  $q > 4$  това са само единствено сума на равнина и две прави. В случаите  $q=3$  и  $q=4$  съществуват блокиращи множества с тези параметри, които не са задължително от този вид. (I. Landjev, **E. Rogachev**, A. Rousseva, On a Class of Minihypers in the Geometries  $PG(r,q)$ , *Lecture Notes of ICST*, vol. 450, Springer, 2022);
- Показва се, че когато  $\delta > 0$ ,  $\eta$  са реални и за константи  $l_i$  има определени предположения, то има безкрайно много прости тройки  $p_1, p_2, p_3$  удовлетворяващи неравенството  $|\lambda_1 p_1 + \lambda_2 p_2 + \lambda_3 p_3 + \eta| < (\max p_j)^{-1/18+\delta}$  и подобни че за всяко  $i \in \{1, 2, 3\}$   $p_i + 2$  има най-много 7 прости множителя. (**T. Todorova**, Diophantine approximation by prime numbers of a special form, *Serdica Math. J.* 47, 2021).